

5-7 класс

**Задача 7.1.(6.1) Герасим и Муму.**

В рассказе Тургенева рост собачки Муму составлял примерно пол-аршина, а её хозяин, дворник Герасим, описывался так: «мужчина двенадцати вершков роста, сложенный богатырём». У кого из них рост был больше и во сколько раз? Известно, что 1 сажень = 3 аршина = 2,1336 м, 1 вершок = 4,445 см?

*Примечание:* Рост человека в XIX веке обычно давался в вершках сверх двух обязательных аршин.

**Ответ:** У Герасима рост больше в 5,5 раз.

**Решение:** Так как рост человека давался в вершках сверх двух обязательных аршин, настоящий рост Герасима составлял 2 аршина 12 вершков. Один аршин равен 1/3 сажени или 71,12 см, поэтому рост дворника равен

$$H = 2 \times 71,12 \text{ см} + 12 \times 4,445 \text{ см} = 195,58 \text{ см}.$$

Рост Муму составляет 1/2 аршина или

$$h = 0,5 \cdot 71,12 \text{ см} = 35,56 \text{ см}.$$

Отсюда получаем, что Герасим выше собачки в  $195,58/35,56 = 5,5$  раз.

**Критерии:**

Указано, что настоящий рост Герасима равен 2 аршина 12 вершков . . . . .	2 балла
Рост героев приведён к общим единицам измерения (вершкам, сантиметрам и т.п.) . . . . .	4 балла
Указано, что Герасим выше Муму . . . . .	1 балл
Найдено отношение ростов персонажей . . . . .	3 балла

**Задача 7.2.(6.2) Тик-так!**

В классе на стене висят часы, которые показывают время с помощью часовой, минутной и секундной стрелок. Длина часовой стрелки равна 6 см. Определите длину минутной и секундной стрелок, если конец секундной стрелки движется в 56 раз быстрее конца минутной, а конец минутной стрелки — в 18 раз быстрее конца часовой.

*Примечание:* Длина окружности  $L$  вычисляется по формуле  $L = 2\pi r$ , где  $r$  — радиус окружности, а  $\pi \approx 3,14$ .

**Ответ:** Длина минутной стрелки — 9 см, длина секундной — 8,4 см.

**Решение:** Часовая стрелка совершает один оборот за 12 часов, минутная — за 1 час, а секундная — за 1 минуту. Так как скорость конца минутной стрелки в 18 раз больше скорости конца часовой ( $v_m = 18v_c$ ), а время одного оборота минутной стрелки в 12 раз меньше ( $t_m = t_c/12$ ), то длины окружностей, описанных концами этих стрелок, различаются в

$$\frac{L_m}{L_c} = \frac{v_m t_m}{v_c t_c} = \frac{18}{12} = 1,5 \text{ раза}.$$

Согласно формуле для длины окружности, радиусы этих окружностей, то есть длины стрелок, тоже различаются в 1,5 раза. Поэтому длина минутной стрелки равна  $6 \text{ см} \times 1,5 = 9 \text{ см}$ .

Скорость конца секундной стрелки в 56 раз больше скорости конца минутной ( $v_c = 56v_m$ ), а время одного оборота секундной стрелки в 60 раз меньше ( $t_c = t_m/60$ ). Длины окружностей, описанных концами этих стрелок, различаются в

$$\frac{L_m}{L_c} = \frac{v_m t_m}{v_c t_c} = \frac{60}{56} = \frac{15}{14} \text{ раза}.$$

Следовательно радиусы этих окружностей, то есть длины стрелок, тоже различаются в 15/14 раза, и длина секундной стрелки равна  $9 \text{ см} \cdot 14/15 = 8,4 \text{ см}$ .

**Критерии:**

Найдено время одного оборота каждой из стрелок . . . . .	2 балла
Найдено отношение путей для концов часовой и минутной стрелки . . . . .	2 балла
Найдено отношение путей для концов секундной и минутной (или часовой) стрелки . . . . .	2 балла
Найдена длина минутной стрелки . . . . .	2 балла
Найдена длина секундной стрелки . . . . .	2 балла

**Задача 7.3.(6.3) Измеряем монетку.**

На рис. 7.1 приведено увеличенное изображение однокопеечной монеты, с нанесёнными на него масштабной сеткой и шкалой. Расстояние между соседними делениями этой шкалы соответствует одному миллиметру. Чему равны радиус монеты, высота цифры «1» и буквы «П»?



Рис. 7.1.

**Ответ:** Радиус монетки — 7,75 мм, высота цифры «1» — 6,25 мм, высота буквы «П» — 1,75 мм.

**Решение:** Вначале определим цену деления масштабной сетки. Между миллиметровыми делениями шкалы укладываются 4 клетки, следовательно 1 клетка сетки соответствует 0,25 мм. Высота буквы «П» составляет, примерно, 7 клеток, а высота цифры «1» — 25 клеток. Отсюда получаем их высоту в миллиметрах: 1,75 мм для буквы «П» и 6,25 мм для цифры «1». Диаметр монетки равен 63 клеткам или 15,5 мм. Соответственно, радиус монетки составляет  $15,5 \text{ мм} / 2 = 7,75 \text{ мм}$ .

**Критерии:**

Определена цена деления масштабной сетки . . . . .	2 балла
Найдена высота буквы «П» . . . . .	2 балла
Найдена высота цифры «1» . . . . .	2 балла
Найден диаметр монетки . . . . .	2 балла
Вычислен радиус монетки . . . . .	2 балла

**Задача 7.4. Храни меня, мой талисман!**

Ранним утром Король тридевятого королевства сел в карету и поехал вместе со своими приближёнными на охоту. Отъехав от дворца на расстояние 3 км, Король вспомнил, что забыл во дворце свой талисман, приносящий удачу. Недолго думая, он отправил за ним своего лучшего гонца и двинулся дальше. С какой скоростью скакал гонец, если Его величество получил свой талисман, успев проехать ещё 3,5 км? Скорость королевской кареты равна 5 км/ч, а на поиски талисмана во дворце гонец потратил 30 мин. Весь путь туда и обратно гонец скакал с одной и той же скоростью.

**Ответ:** 47,5 км/ч.

**Решение:** Гонец должен проскакать 3 км обратно до дворца, а затем ещё 3 км + 3,5 км = 6,5 км, чтобы догнать королевскую карету. Таким образом, общий путь, который преодолел гонец, равен  $s = 3 \text{ км} + 6,5 \text{ км} = 9,5 \text{ км}$ . Общее время доставки талисмана  $t$  равно времени, за которое карета Короля проехала 3,5 км, то есть  $t = 3,5 \text{ км} / (5 \text{ км/ч}) = 0,7 \text{ ч}$ . Из этого времени 30 минут гонец потратил на поиски талисмана во дворце, поэтому передвижение на лошади у него заняло  $0,7 \text{ ч} - 0,5 \text{ ч} = 0,2 \text{ ч}$ . Отсюда находим, что гонец скакал со скоростью

$$v = \frac{s}{t - 0,5 \text{ ч}} = \frac{9,5 \text{ км}}{0,2 \text{ ч}} = 47,5 \frac{\text{км}}{\text{ч}}.$$

**Критерии:**

Найден общий путь, пройденный гонцом . . . . .	2 балла
Найдено общее время доставки талисмана . . . . .	2 балла
Найдено время, которое гонец провёл верхом . . . . .	3 балла
Найдена скорость, с которой скакал гонец . . . . .	3 балла
Максимально возможный балл в 5-6 классе . . . . .	30
Максимально возможный балл в 7 классе . . . . .	40

8 класс

**Задача 8.1. По дороге в школу.**

Рано утром девочка Наташа пошла в школу. Пятую часть времени своего движения она шла со скоростью 1,5 м/с, затем три четверти оставшегося времени её скорость была равна 4,5 км/ч. Поняв, что опаздывает, Наташа остаток времени стала идти быстрее, со скоростью 120 м/мин. Определите среднюю скорость девочки на всём пути.

**Ответ:** 1,45 м/с.

**Решение:** Переведём все скорости в метры в секунду:  $v_2 = 4,5 \text{ км/ч} = 1,25 \text{ м/с}$ ,  $v_3 = 120 \text{ м/мин} = 2 \text{ м/с}$ . Пусть  $t$  — время движения Наташи от школы до дома. Тогда времена её движения на первом, втором и третьем участках, соответственно, равны  $t_1 = t/5$ ,  $t_2 = 3/4 \cdot (t - t_1) = 3t/5$ ,  $t_3 = t - t_1 - t_2 = t/5$ . Путь, пройденный Наташей, составляет

$$s = v_1 t_1 + v_2 t_2 + v_3 t_3 = \frac{v_1 t}{5} + \frac{v_2 \cdot 3t}{5} + \frac{v_3 t}{5}.$$

Найдём среднюю скорость девочки

$$v_{\text{cp}} = \frac{s}{t} = \frac{v_1 + 3v_2 + v_3}{5} = \frac{1,5 \text{ м/с} + 3,75 \text{ м/с} + 2 \text{ м/с}}{5} = 1,45 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**Критерии:**

Найдены $t_2$ и $t_3$ . . . . .	2 балла
Записано выражение для $s$ . . . . .	3 балла
Записано выражение для средней скорости . . . . .	3 балла
Найдено значение $v_{\text{cp}}$ . . . . .	2 балла

**Задача 8.2. Эксперименты на уроке.**

Исследуя на уроке физики свойства рычага, школьники сначала подвесили к нему три грузика так, как показано на рис. 8.1а, а затем те же самые три грузика так, как показано на рис. 8.1б. Какова масса второго и третьего грузика, если масса первого равна 42 г, а рычаг в обоих случаях находился в равновесии. Для удобства рычаг разделён штрихами на 8 равных частей.



Рис. 8.1.

**Ответ:**  $m_2 = 147 \text{ г}$ ,  $m_3 = 154 \text{ г}$ .

**Решение:** Пусть  $l$  — длина одного деления рычага, а  $m_1, m_2, m_3$  — массы первого, второго и третьего грузов. Запишем правило моментов для первого и второго случая относительно точки опоры:

$$m_1 g \cdot 4l + m_2 g \cdot 2l = m_3 g \cdot 3l \Rightarrow 4m_1 + 2m_2 = 3m_3 \quad (\text{для рис. 8.1а}),$$

$$m_2 g \cdot 4l = (m_1 + m_3) g \cdot 3l \Rightarrow 4m_2 = 3m_1 + 3m_3 \quad (\text{для рис. 8.1б}).$$

Решая полученную систему, получим

$$m_2 = \frac{7m_1}{2} = 147 \text{ г}, \quad m_3 = \frac{11m_1}{3} = 154 \text{ г}.$$

**Критерии:**

Записано правило моментов для первого случая . . . . .	4 балла
Записано правило моментов для второго случая . . . . .	2 балла
Найдено значение $m_2$ . . . . .	2 балла
Найдено значение $m_3$ . . . . .	2 балла

**Задача 8.3. Плавающий кубик.**

Школьник Паша собрал из пластмассовых пластин полый кубик с толщиной стенок, равной 1 см, и пустил его плавать в воде. Оказалось, что кубик погружается при этом на 6 см. Какова плотность пластмассы, из которой сделаны пластины, если длина ребра кубика равна 8 см? Кубик плавает так, что нижняя его грань горизонтальна. Плотность воды равна 1000 кг/м<sup>3</sup>.

**Ответ:**  $\approx 1,3$  г/см<sup>3</sup>.

**Решение:** Объем кубика равен  $V_0 = (8 \text{ см})^3 = 512 \text{ см}^3$ , объем его полости —  $V_{\text{п}} = (8 \text{ см} - 2 \cdot 1 \text{ см})^3 = 216 \text{ см}^3$ , а объем пластиковых стенок —  $V_{\text{ст}} = V_0 - V_{\text{п}} = 296 \text{ см}^3$ . Когда кубик погружен в воду, объем его погруженной части составляет  $V_{\text{погр}} = (8 \text{ см})^2 \cdot 6 \text{ см} = 384 \text{ см}^3$ . Запишем условие плавания и найдём массу кубика:

$$mg = \rho_{\text{в}} g V_{\text{погр}} \Rightarrow m = \rho_{\text{в}} V_{\text{погр}} = 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 384 \text{ см}^3 = 384 \text{ г}.$$

Отсюда вычислим плотность пластмассы, из которой сделан кубик

$$\rho_{\text{п}} = \frac{m}{V_{\text{ст}}} = \frac{384 \text{ г}}{296 \text{ см}^3} \approx 1,3 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}.$$

**Критерии:**

Найден объем полости . . . . .	1 балл
Найден объем стенок кубика . . . . .	2 балла
Найден объем погруженной части кубика . . . . .	1 балл
Записано условие плавания кубика . . . . .	2 балла
Найдена масса кубика . . . . .	2 балла
Найдено значение плотности пластмассы . . . . .	2 балла

**Задача 8.4. Фокус с жидкостью.**

В цилиндрическом сосуде, изображённом на рис. 8.2а, находится слой жидкости высотой  $H = 30$  см. Эту жидкость полностью переливают во второй сосуд (рис. 8.2б), площадь основания которого в три раза больше площади сечения узкой части. Чему равна плотность жидкости, если при переливании давление жидкости на дно сосуда изменилось на 600 Па. Высота широкой части второго сосуда равна  $h = 4$  см, площадь сечения его узкой части равна площади сечения первого сосуда. Ускорение свободного падения принять равным 10 Н/кг.

**Ответ:** 750 кг/м<sup>3</sup>.

**Решение:** Объем жидкости при переливании не меняется. Пусть  $H'$  — высота жидкости, перелитой во второй сосуд. Тогда  $SH = 3Sh + S(H' - h)$ , где  $S$  — площадь сечения первого сосуда. Отсюда получим, что

$$H = 3h + H' - h \Rightarrow H' = H - 2h = 22 \text{ см}.$$

Давление на дно уменьшается на  $\Delta p = 600$  Па из-за уменьшения высоты слоя жидкости на  $\Delta H = H - H' = 2h = 8$  см, поэтому

$$\Delta p = \rho g \Delta H \Rightarrow \rho = \frac{\Delta p}{g \Delta H} = \frac{\Delta p}{2gh} = \frac{600 \text{ Па}}{2 \cdot 10 \text{ Н/кг} \cdot 0,04 \text{ м}} = 750 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

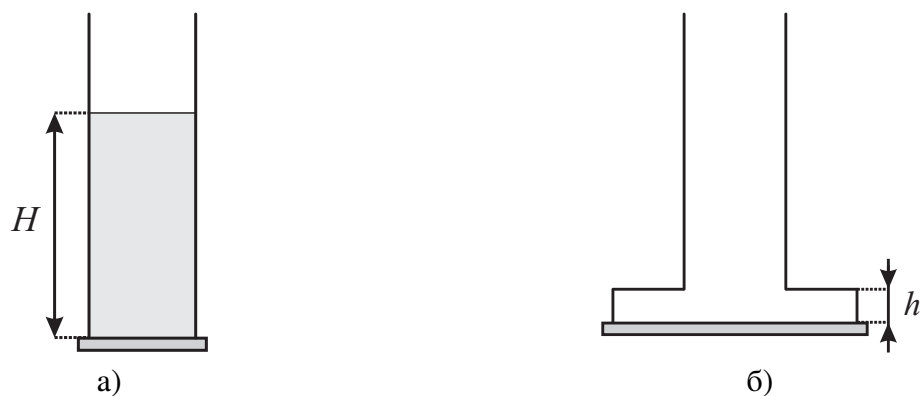


Рис. 8.2.

**Критерии:**

Записано условие равенства объёмов в обоих сосудах . . . . .	2 балла
Найдено изменение высоты жидкости . . . . .	3 балла
Записана формула для разности давлений . . . . .	2 балла
Найдено значение плотности жидкости . . . . .	3 балла
 Максимально возможный балл в 8 классе . . . . .	 40

9 класс

**Задача 9.1. Тает лёд.**

Девятиклассница Алёна взяла перед уроком из школьной лаборатории калориметр, налила туда 100 г холодной воды и положила взятый из морозилки кусок льда массой 30 г и температурой  $-20^{\circ}\text{C}$ . Вернувшись после урока, Алёна обнаружила, что кусок льда уменьшился втрое. Какова была начальная температура воды, если удельная теплоёмкость воды равна  $4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C})$ , удельная теплоёмкость льда —  $2100 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C})$ , а удельная теплота плавления льда составляет  $340 \text{ кДж}/\text{кг}$ ? Теплоёмкостью калориметра и потерями тепла в окружающую среду можно пренебречь.

**Ответ:**  $\approx 19^{\circ}\text{C}$ .

**Решение:** Пусть  $m_{\text{в}}$  — первоначальная масса воды в калориметре,  $m_{\text{л}}$  — масса куска льда, а  $t$  — начальная температура воды. По истечении урока в калориметре установилось (практически) тепловое равновесие. Так как лёд расплавился лишь частично, установившаяся температура в сосуде равна  $0^{\circ}\text{C}$ . За время эксперимента кусок льда уменьшился втрое, то есть масса растаявшего льда равна  $2m_{\text{л}}/3 = 20 \text{ г}$ . Запишем уравнение теплового баланса:

$$c_{\text{в}}m_{\text{в}}(t - 0^{\circ}\text{C}) = c_{\text{л}}m_{\text{л}} \cdot 20^{\circ}\text{C} + \lambda \cdot \frac{2m_{\text{л}}}{3}.$$

Выразив отсюда  $t$ , получаем

$$\begin{aligned} t &= \frac{c_{\text{л}}m_{\text{л}} \cdot 20^{\circ}\text{C} + \lambda \cdot 2m_{\text{л}}/3}{c_{\text{в}}m_{\text{в}}} = \frac{2100 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C}) \cdot 0,03 \text{ кг} \cdot 20^{\circ}\text{C} + 340000 \text{ Дж}/\text{кг} \cdot 0,02 \text{ кг}}{4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C}) \cdot 0,1 \text{ кг}} = \\ &= \frac{1260 \text{ Дж} + 6800 \text{ Дж}}{420 \text{ Дж}/^{\circ}\text{C}} \approx 19^{\circ}\text{C}. \end{aligned}$$

**Критерии:**

Определена установившаяся температура . . . . . 2 балла  
 Записано уравнение теплового баланса . . . . . 5 баллов  
 Найдено значение начальной температуры . . . . . 3 балла

**Задача 9.2. Два бруска.**

В Закавказье растёт дерево самшит, плотность древесины которого в 1,2 раза больше плотности воды. К бруску, сделанному из его древесины, привязали брусок, сделанный из липы, вдвое меньшего объёма. Получившуюся конструкцию опустили в воду. Каков будет объём погруженной части, если объём самшитового бруска равен  $V$ ? Плотность липы в 1,6 раза меньше плотности воды.

**Ответ:**  $1,5V$ .

**Решение:** Общий объём равен сумме объёмов обоих брусков  $V_{\text{общ}} = V + V/2 = 3V/2$ . Плотность самшита равна  $\rho_{\text{с}} = 1,2\rho_{\text{в}}$ , плотность липы —  $\rho_{\text{л}} = \rho_{\text{в}}/1,6 = 5\rho_{\text{в}}/8$ . Общая масса брусков равна, соответственно,

$$m_{\text{общ}} = \rho_{\text{с}}V + \frac{\rho_{\text{л}}V}{2} = \frac{6\rho_{\text{в}}V}{5} + \frac{5\rho_{\text{в}}V}{16} = \frac{121\rho_{\text{в}}V}{80}.$$

Далее есть два **равнозначных** способа решения.

*Способ 1.* Найдём теперь среднюю плотность двух деревянных брусков:

$$\rho_{\text{сред}} = \frac{m_{\text{общ}}}{V_{\text{общ}}} = \frac{121\rho_{\text{в}}V/80}{3V/2} = \frac{121\rho_{\text{в}}}{120}.$$

Так как средняя плотность больше плотности воды, связка из этих брусков утонет, и объём погруженной части будет равен общему объёму брусков, то есть  $1,5V$ .

Способ 2. Допустим, что связка из брусков плавает. Запишем условие плавания и найдём объём погруженной части:

$$m_{\text{общ}}g = \rho_{\text{в}}gV_{\text{погр}} \Rightarrow V_{\text{погр}} = \frac{m_{\text{общ}}}{\rho_{\text{в}}} = \frac{121V}{80} = 1,5125V.$$

Так как  $V_{\text{погр}} > V_{\text{общ}}$  плавание невозможно, и бруски утонут. Следовательно, искомый объём равен  $1,5V$ .

**Критерии:**

Найдена общая масса брусков . . . . .	2 балла
Найдена средняя плотность <i>или</i> объём погруженной части . . . . .	3 балла
Сделан вывод о том, что бруски утонут . . . . .	3 балла
Правильный ответ . . . . .	2 балла

**Задача 9.3. Мощная цепь.**

В цепи, изображённой на рис. 9.1, с резистора  $R_3$  ежеминутно отводится энергия величиной 1,44 кДж. Какова суммарная мощность, выделяемая во всей цепи? Чему равно напряжение  $U$ , подаваемое к ней? Сопротивления элементов цепи равны  $R_1 = 12$  Ом,  $R_2 = 8$  Ом,  $R_3 = 6$  Ом,  $R_4 = 6$  Ом,  $R_5 = 12$  Ом,  $R_6 = 8$  Ом и  $R_7 = 4$  Ом. Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

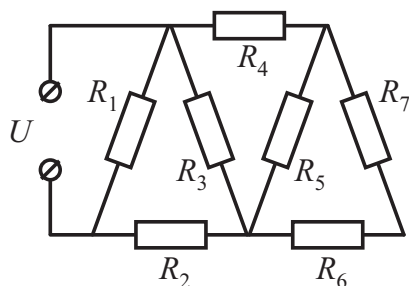


Рис. 9.1.

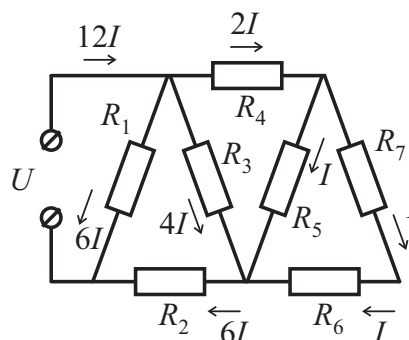


Рис. 9.2.

**Ответ:** 216 Вт; 36 В.

**Решение:** Пусть  $I$  — сила тока, текущего через резисторы  $R_6$  и  $R_7$  (см. рис. 9.2). Так как  $R_5 = R_6 + R_7 = 12$  Ом, сила тока через  $R_5$  также равна  $I$ , а через  $R_4$  равна  $2I$ . Общее сопротивление ветви, содержащей резисторы  $R_4, \dots, R_7$ , равно  $R_{4567} = R_4 + R_5(R_6 + R_7)/(R_5 + R_6 + R_7) = 12$  Ом. Поскольку  $R_{4567} = 2R_3$ , из законов параллельного соединения следует, что ток через  $R_3$  равен  $I_3 = 4I$ . Следовательно, ток через  $R_2$  составляет  $6I$ . Общее сопротивление ветви, содержащей резисторы  $R_2, \dots, R_7$ , равно  $R_{234567} = R_2 + R_3R_{4567}/(R_3 + R_{4567}) = 12$  Ом. Так как  $R_{234567} = R_1$ , то ток через  $R_1$  тоже равен  $6I$ , а общие ток и сопротивление цепи составляют  $I_{\text{общ}} = 12I$  и  $R_{\text{общ}} = 6$  Ом соответственно.

По условию задачи, на резисторе  $R_3$  за время  $t = 60$  с выделяется количество теплоты, равное  $Q = 1440$  Дж. По закону Джоуля–Ленца,

$$Q = I_3^2 R_3 t = 16I^2 R_3 t \Rightarrow I = \sqrt{\frac{Q}{16R_3 t}} = \sqrt{\frac{1440 \text{ Дж}}{16 \cdot 6 \text{ Ом} \cdot 60 \text{ с}}} = 0,5 \text{ А}.$$



Отсюда находим общее напряжение в цепи и суммарную мощность, выделяющуюся на резисторах:

$$U = I_{\text{общ}} R_{\text{общ}} = 12I R_{\text{общ}} = 12 \cdot 0,5 \text{ А} \cdot 6 \text{ Ом} = 36 \text{ В},$$

$$P = UI_{\text{общ}} = U \cdot 12I = 36 \text{ В} \cdot 12 \cdot 0,5 \text{ А} = 216 \text{ Вт}.$$

**Критерии:**

Найдено общее сопротивление цепи . . . . .	2 балла
Общий ток и ток $I_3$ выражены через какой-то один ток $I$ . . . . .	2 балла
Записан закон Джоуля–Ленца для $R_3$ . . . . .	2 балла
Найдено общее напряжение в цепи . . . . .	2 балла
Найдена суммарная мощность . . . . .	2 балла

**Задача 9.4. Поехали!**

В Институте гоночных болидов им. М. Шумахера проводят испытания нового автомобиля. В одном из них автомобиль начинает разгоняться с постоянным ускорением  $a = 4,5 \text{ м/с}^2$ . Через две секунды его ускорение увеличивают втрое. Какой окажется скорость автомобиля ещё через две секунды? Какой путь от начала движения к этому времени он проедет?

**Ответ:** 36 м/с; 54 м.

**Решение:** Рассмотрим первый участок разгона. Скорость автомобиля в его конце равна  $v_1 = a \cdot 2 \text{ с} = 9 \text{ м/с}$ , а путь, пройденный на первом участке, составил  $s_1 = a \cdot (2 \text{ с})^2 / 2 = 9 \text{ м}$ . На втором участке начальная скорость равна  $v_1$ , а ускорение равно  $3a$ . Скорость в конце второго участка равна

$$v_2 = v_1 + 3a \cdot 2 \text{ с} = 9 \text{ м/с} + 3 \cdot 4,5 \text{ м/с}^2 \cdot 2 \text{ с} = 36 \text{ м/с}.$$

Длина второго участка составляет

$$s_2 = v_1 \cdot 2 \text{ с} + \frac{3a \cdot (2 \text{ с})^2}{2} = 18 \text{ м} + \frac{3 \cdot 4,5 \text{ м/с}^2 \cdot (2 \text{ с})^2}{2} = 45 \text{ м}.$$

Соответственно, от начала своего движения автомобиль проехал  $s = s_1 + s_2 = 54 \text{ м}$ .

**Критерии:**

Найдена скорость в конце первого участка . . . . .	2 балла
Найдена длина первого участка . . . . .	2 балла
Найдена скорость в конце второго участка . . . . .	2 балла
Найдена длина второго участка . . . . .	2 балла
Найден весь путь . . . . .	2 балла

**Задача 9.5. Дайте мне точку опоры!**

Тонкий однородной стержень длиной 1 м согнули так, как показано на рис. 9.3. На каком расстоянии от **правого** края стержня нужно поместить точку опоры, чтобы согнутый стержень находился в равновесии? Размерами изгиба можно пренебречь.



Рис. 9.3.

**Ответ:** 46 см.

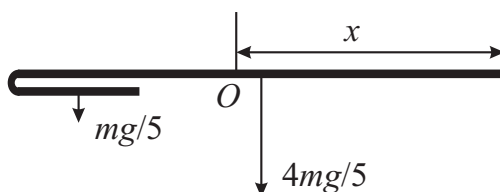


Рис. 9.4.

**Решение:** Пусть  $m$  — масса всего стержня длиной 1 м. Тогда масса верхней части согнутого стержня (длиной 80 см) равна  $4m/5$ , а масса нижней части (длиной 80 см) равна, соответственно,  $m/5$ . Обозначим  $x$  расстояние от правого края стержня до точки подвеса  $O$  и изобразим силы тяжести, действующие на обе части стержня в отдельности (рис. 9.4). Запишем правило моментов относительно точки  $O$ :

$$\frac{4mg}{5} \cdot (x - 40 \text{ см}) = \frac{mg}{5} \cdot (70 \text{ см} - x).$$

Найдём отсюда величину  $x$ :

$$4(x - 40 \text{ см}) = 70 \text{ см} - x \Rightarrow x = 46 \text{ см}.$$

**Критерии:**

- Найдены силы, действующие на обе части стержня . . . . . 3 балла
- Записано правило моментов . . . . . 5 баллов
- Найдено значение  $x$  . . . . . 2 балла

Максимально возможный балл в 9 классе . . . . . 50

10 класс

**Задача 10.1. Пара половин.**

Тело подняли на высоту  $H$  над поверхностью земли и отпустили без начальной скорости. Чему равно  $H$ , если первую половину пути тело прошло на одну секунду медленнее, чем вторую? Ускорение свободного падения принять равным  $10 \text{ м/с}^2$ . Сопротивлением воздуха пренебречь.

**Ответ:**  $\approx 29 \text{ м}$ .

**Решение:** Пусть  $t$  — время прохождения телом второй половины пути. Тогда время, затраченное на первую половину, равно  $t + 1 \text{ с}$ , а всё время, соответственно, равно  $2t + 1 \text{ с}$ . Тело падает вниз с ускорением  $g$  без начальной скорости, поэтому

$$\frac{H}{2} = \frac{g(t + 1 \text{ с})^2}{2} \quad (\text{первая половина пути}),$$

$$H = \frac{g(2t + 1 \text{ с})^2}{2} \quad (\text{весь путь}).$$

Исключая из этих уравнений  $H$ , получаем

$$g(t + 1 \text{ с})^2 = \frac{g(2t + 1 \text{ с})^2}{2} \Rightarrow 2(t + 1 \text{ с})^2 = (2t + 1 \text{ с})^2 \Rightarrow t = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ с} \approx 0,7 \text{ с}.$$

Отсюда находим высоту  $H$ :

$$H = \frac{g(2t + 1 \text{ с})^2}{2} \approx 29 \text{ м}.$$

**Критерии:**

- Записано уравнение для первой половины пути . . . . . 2 балла
- Записано ещё одно уравнение, например, для всего пути . . . . . 2 балла
- Найдено время на первом или втором участке . . . . . 3 балла
- Найдено значение  $H$  . . . . . 3 балла

**Задача 10.2. Гидравлический подъёмник.**

Гидравлический подъёмник, заполненный маслом, имеет два массивных поршня, находящиеся на одной высоте (см. рис. 10.1). Площадь левого поршня  $S_1 = 400 \text{ см}^2$ , его масса  $m_1 = 3 \text{ кг}$ , а площадь правого  $S_2 = 100 \text{ см}^2$ . Определите массу  $m_2$  правого поршня. На какую высоту и в какую сторону сместится относительно начального положения правый поршень, если на оба поршня поставить груз с массой, равной  $m_2$ ? Плотность масла равна  $900 \text{ кг/м}^3$ . Трением между поршнями и стенками пренебречь.

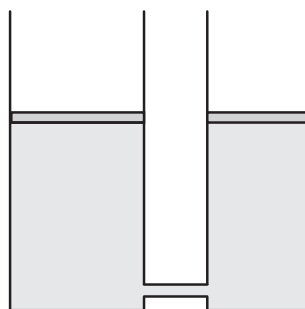


Рис. 10.1.

**Ответ:** 5 см.

**Решение:** В первом случае поршни подъёмника находятся на одной высоте, поэтому давление, оказываемое поршнями на масло, совпадает:

$$p_1 = p_2 \Rightarrow \frac{m_1 g}{S_1} = \frac{m_2 g}{S_2} \Rightarrow m_2 = \frac{m_1 S_2}{S_1} = \frac{m_1}{4} = 750 \text{ г.}$$

Если на оба поршня поместить грузы массой  $m_2$ , из-за меньшей площади правого поршня, давление на масло в правом колене увеличится сильнее, и правый поршень сместится вниз. Пусть он опустился на высоту  $h$ , тогда левый поршень поднимется на высоту  $h/4$ . Разность давлений поршней на масло в этом случае компенсируется гидростатическим давлением слоя масла высотой  $h + h/4 = 5h/4$ :

$$\frac{m_2 g}{S_2} - \frac{m_2 g}{S_1} = \rho_m g \cdot \frac{5h}{4} \Rightarrow h = \frac{4m_2(S_1 - S_2)}{5\rho_m S_1 S_2} = 5 \text{ см.}$$

**Критерии:**

- Найдена масса второго поршня . . . . . 2 балла
- Найдено направление смещения правого поршня во втором случае . . . . . 1 балл
- Найдена связь между смещениями поршней . . . . . 2 балла
- Записано условие равенства давлений во втором случае . . . . . 3 балла
- Найдена величина смещения правого поршня . . . . . 2 балла

**Задача 10.3. Длина тени.**

Вертикальный шест высотой  $h = 1$  м, поставленный недалеко от уличного фонаря высотой  $2h$ , отбрасывает тень длиной  $L_0 = 45$  см. Шест приподнимают над землёй на высоту  $50$  см. Какова будет длина тени  $L$  в этом случае? Фонарь можно считать точечным источником света.

**Ответ:** 120 см.

**Решение:** Рассмотрим первый случай, когда шест стоит на земле (рис. 10.2а). Из подобия треугольников следует, что расстояние  $s$  между шестом и фонарём равно  $L_0 = 45$  см. Во втором случае шест поднят над землёй на высоту  $h/2$  (рис. 10.2б). Из подобия треугольников получаем

$$\frac{2h}{s+x} = \frac{h/2}{x} \Rightarrow 4x = s+x \Rightarrow x = \frac{s}{3} = 15 \text{ см,}$$

$$\frac{2h}{s+x+L} = \frac{h/2+h}{x+L} \Rightarrow \frac{4(x+L)}{3} = s+x+L \Rightarrow L = 3s-x = \frac{8s}{3} = 120 \text{ см.}$$

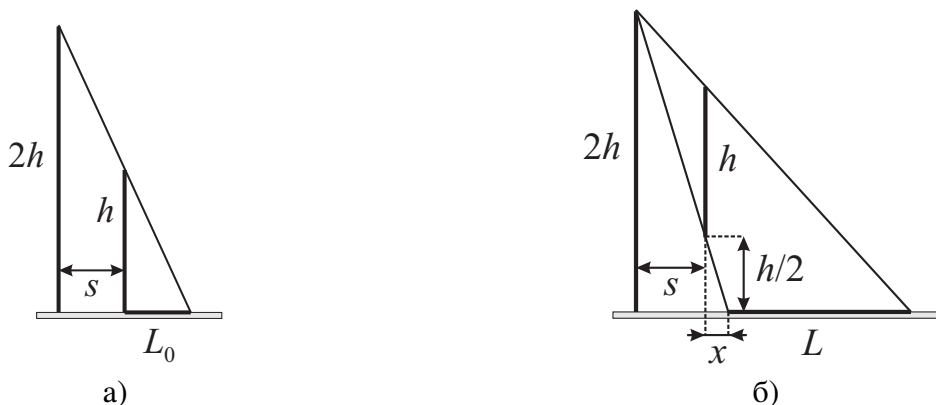


Рис. 10.2.

**Критерии:**

Найдено расстояние между шестом и фонарём . . . . .	2 балла
Записано одно условие подобия треугольников . . . . .	3 балла
Записано второе условие подобия треугольников . . . . .	3 балла
Найдена длина тени во втором случае . . . . .	2 балла

**Задача 10.4. «Странный» термометр.**

Желая измерить температуру жидкого галлия (температура плавления этого металла меньше 30 °С), девочка Юля взяла в школьной лаборатории два маленьких калориметра разного объёма и два одинаковых цифровых термометра. Налив галлий в оба сосуда, Юля положила в каждый по термометру. В результате оказалось, что термометр в первом калориметре показывает температуру, равную  $t_1 = 35,6\text{ °С}$ , а во втором —  $t_2 = 36,5\text{ °С}$ . Помогите Юле и определите температуру галлия до измерений, если его объём во втором калориметре в три раза больше, чем в первом, а термометры до погружения в жидкий металл показывали 27 °С. Теплоёмкостью калориметра и тепловыми потерями можно пренебречь. Оба термометра исправны!

**Ответ:**  $\approx 37\text{ °С}$ .

**Решение:** Пусть  $m$  — масса галлия в первом калориметре,  $t$  — его начальная температура,  $M$  — масса термометра,  $c$  — удельная теплоёмкость его материала. Запишем уравнение теплового баланса для обоих калориметров:

$$c_r m(t - 35,6\text{ °С}) = cM(35,6\text{ °С} - 27\text{ °С}) \quad (\text{первый калориметр}),$$

$$c_r \cdot 3m(t - 36,5\text{ °С}) = cM(36,5\text{ °С} - 27\text{ °С}) \quad (\text{второй калориметр}).$$

Поделив эти уравнения друг на друга, получим

$$\frac{3(t - 36,5\text{ °С})}{(t - 35,6\text{ °С})} = \frac{36,5\text{ °С} - 27\text{ °С}}{35,6\text{ °С} - 27\text{ °С}} \approx 1,1 \quad \Rightarrow \quad t \approx 37\text{ °С}.$$

**Критерии:**

Уравнение теплового баланса для первого калориметра . . . . .	3 балла
Уравнение теплового баланса для второго калориметра . . . . .	3 балла
Найдена начальная температура галлия . . . . .	4 балла

**Задача 10.5. Готовимся к Новому Году.**

На кружке по радиоэлектронике мальчик Паша собрал гирлянду, состоящую из 12 лампочек мощностью 6 Вт каждая и реостата, соединённых последовательно (см. рис. 10.3). Если такую гирлянду включить в сеть с напряжением 36 В и переместить ползунок реостата в крайнее левое положение, все лампы будут гореть нормальным накалом. При каком сопротивлении реостата мощность, потребляемая **всей цепью**, уменьшится в 1,5 раза? Какова мощность, потребляемая одной лампочкой в этом случае? Сопротивление лампочки считать постоянным.

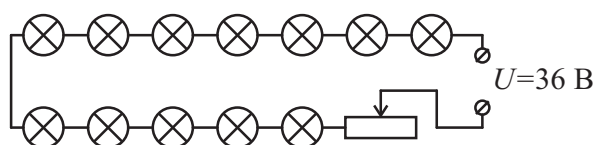


Рис. 10.3.

**Ответ:** 9 Ом; 3,375 Вт.

**Решение:** В случае, когда ползунок реостата находится в крайнем левом положении, его сопротивление равно нулю. Мощность, потребляемая цепью в этом случае, равна сумме номинальных мощностей ламп,  $P_0 = 12 \times 6 \text{ Вт} = 72 \text{ Вт}$ , а напряжение на каждой лампе равно  $36 \text{ В}/12 = 3 \text{ В}$ . Отсюда найдём сопротивление одной лампочки:

$$r = \frac{(3 \text{ В})^2}{6 \text{ Вт}} = 1,5 \text{ Ом}.$$

Если сопротивление реостата станет равным  $R$ , общее сопротивление всей цепи будет равно

$$R_{\text{общ}} = R + 12 \times 1,5 \text{ Ом} = R + 18 \text{ Ом}.$$

Новая мощность, потребляемая всей цепью, должна стать  $P_0/1,5 = 48 \text{ Вт}$ . Поэтому

$$R + 18 \text{ Ом} = \frac{(36 \text{ В})^2}{48 \text{ Вт}} = 27 \text{ Ом} \Rightarrow R = 9 \text{ Ом}.$$

Сила тока в цепи в этом случае составит  $I = 36 \text{ В}/(27 \text{ Ом}) = 1,5 \text{ А}$ , а мощность, выделяющаяся на одной лампочке равна  $P = I^2 r = 27/8 \text{ Вт} = 3,375 \text{ Вт}$ .

**Критерии:**

- Найдена начальная общая мощность в цепи . . . . . 1 балл
- Найдено сопротивление лампочки . . . . . 2 балла
- Найдено требуемое сопротивление реостата . . . . . 3 балла
- Найдена сила тока в цепи для второго случая . . . . . 2 балла
- Найдена мощность одной лампочки во втором случае . . . . . 2 балла

Максимально возможный балл в 10 классе . . . . . 50

11 класс

**Задача 11.1. Очень странно...**

Мальчик Паша взял из школьной лаборатории вольтметр и пару одинаковых батареек. Подсоединив вольтметр напрямую к одной батарейке, Паша увидел, что вольтметр показывает напряжение  $U_1 = 1,45$  В. Мальчик повторил свой опыт с двумя батарейками, соединёнными последовательно. В этом случае прибор показал  $U_2 = 2,7$  В. Чему равно истинное значение ЭДС  $\mathcal{E}$  одной батарейки?

**Ответ:** 1,566 В.

**Решение:** Странные показания вольтметра объясняются наличием у него внутреннего (не бесконечного) сопротивления. Обозначим его  $R$ , а внутреннее сопротивление батарейки  $r$ . Если через вольтметр течёт ток  $I$ , то прибор показывает напряжение, равное  $U = IR$ . По закону Ома для полной цепи получаем

$$\mathcal{E} = I_1(r + R) \Rightarrow \mathcal{E} = \frac{U_1(r + R)}{R} \quad (\text{первый случай}),$$

$$2\mathcal{E} = I_2(2r + R) \Rightarrow \mathcal{E} = \frac{U_2(2r + R)}{2R} \quad (\text{второй случай}).$$

Приравняв правые части этих равенств, находим, что

$$\frac{U_1(r + R)}{R} = \frac{U_2(2r + R)}{2R} \Rightarrow \frac{2(r + R)}{(2r + R)} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{54}{29} \Rightarrow R = 12,5r.$$

Отсюда следует, что

$$\mathcal{E} = \frac{U_1(r + R)}{R} = \frac{27U_1}{25} = 1,566 \text{ В.}$$

**Критерии:**

Идея о наличии у вольтметра внутреннего сопротивления . . . . .	1 балл
Записан закон Ома для полной цепи в первом случае . . . . .	2 балла
Записан закон Ома для полной цепи во втором случае . . . . .	2 балла
Найдено, что $R = 12,5r$ . . . . .	3 балла
Найдено $\mathcal{E}$ батарейки . . . . .	2 балла

**Задача 11.2. Тянем-потянем!**

Три бруска, имеющие массы  $m$ ,  $2m$  и  $3m$ , связаны двумя нитями (см. рис. 11.1). Всю систему тянут вдоль гладкой горизонтальной поверхности, прикладывая к правому бруску постоянную горизонтальную силу  $F$ . Найдите силы натяжения обеих нитей. Нити считать невесомыми и нерастяжимыми. Сопротивлением воздуха пренебречь.

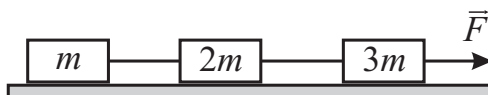


Рис. 11.1.

**Ответ:**  $T_1 = F/6, T_2 = F/2$ .

**Решение:** Пусть  $T_1$  — сила натяжения левой нити,  $T_2$  — сила натяжения правой,  $a$  — ускорение, с которым движется система. Запишем 2-й закон Ньютона для каждого тела:

$$ma = T_1, \quad 2ma = T_2 - T_1, \quad 3ma = F - T_2.$$

Складывая эти уравнения, получаем

$$6ma = F \Rightarrow a = \frac{F}{6m}.$$

Подставляем найденное ускорение в первое и третье уравнение:

$$T_1 = ma = \frac{F}{6},$$

$$3ma = F - T_2 \Rightarrow T_2 = F - 3ma = F - \frac{F}{2} = \frac{F}{2}.$$

**Критерии:**

Записан 2-й закон Ньютона для брусков . . . . .	3 балла
Найдено ускорение системы . . . . .	3 балла
Найдено $T_1$ . . . . .	2 балла
Найдено $T_2$ . . . . .	2 балла

**Задача 11.3. После школы.**

Мальчик Вася от скуки решил покидать мяч в вертикальную стену стоящего около школы гаража. Оказалось, что при броске со скоростью  $v = 10$  м/с мяч ударяется о стену на высоте  $h_1 = 90$  см от земли. Если же скорость броска равна  $2v$ , то эта высота становится равной  $h_2 = 1,5$  м. Найдите высоту  $H$  точки броска и расстояние  $L$  от неё до стены. Начальная скорость мяча всегда направлена горизонтально. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения принять равным  $10$  м/с<sup>2</sup>.

**Ответ:**  $H = 1,7$  м,  $L = 4$  м.

**Решение:** Пусть  $t_1$  — время полёта мяча в первом случае. Тогда

$$\begin{cases} L = vt_1, \\ h_1 = H - gt_1^2/2 \end{cases} \Rightarrow H - h_1 = \frac{gL^2}{2v^2}.$$

Для втором случае

$$H - h_2 = \frac{gL^2}{2(2v)^2} = \frac{gL^2}{8v^2}.$$

Отсюда получаем, что

$$H - h_1 = 4(H - h_2) \Rightarrow H = \frac{4h_2 - h_1}{3} = 1,7 \text{ м.}$$

Зная это, находим расстояние  $L$ :

$$L = v \sqrt{\frac{2(H - h_1)}{g}} = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 0,8 \text{ м}}{10 \text{ м/с}^2}} = 4 \text{ м.}$$

**Критерии:**

Записаны уравнения движения мяча . . . . .	2 балла
Найдена связь между $h_1$ , $h_2$ и $H$ . . . . .	3 балла
Найдено значение $H$ . . . . .	2 балла
Найдено значение $L$ . . . . .	3 балла

**Задача 11.4. Подогреваем и расширяем.**

В сосуде под поршнем находится идеальный одноатомный газ. Для того, чтобы увеличить объём этого газа в 1,5 раза, потребовалось сообщить ему количество теплоты, равное  $Q_1 = 3$  кДж. Какое количество теплоты  $Q_2$  надо будет дополнительно сообщить газу, чтобы его объём увеличился ещё в 1,5 раза? Каков первоначальный объём газа, если давление его постоянно и равно  $p = 100$  кПа?



**Ответ:** 4,5 кДж; 24 л.

**Решение:** Пусть  $V_0$  — первоначальный объём газа. Тогда после первого расширения его объём стал равным  $V_1 = 1,5V_0$ , а после второго —  $V_2 = (1,5)^2V_0 = 2,25V_0$ . Запишем первое начало термодинамики и учтём, что для изобарного процесса  $p\Delta V = \nu R\Delta T$ :

$$Q = \frac{3}{2}\nu R\Delta T + p\Delta V = \frac{5}{2}p\Delta V.$$

Отсюда получаем, что, во-первых,

$$Q_1 = \frac{5}{2}p(V_1 - V_0) = \frac{5}{4}pV_0 \Rightarrow V_0 = \frac{4Q_1}{5p} = \frac{4 \cdot 3000 \text{ Дж}}{5 \cdot 100000 \text{ Па}} = 0,024 \text{ м}^3 = 24 \text{ л},$$

а, во-вторых,

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{V_2 - V_1}{V_1 - V_0} = 1,5 \Rightarrow Q_2 = 1,5Q_1 = 4,5 \text{ кДж}.$$

**Критерии:**

Найдены $V_1$ и $V_2$ . . . . .	1 балл
Записано первое начало термодинамики . . . . .	1 балл
Получена формула $Q = 5p\Delta V/2$ . . . . .	3 балла
Найдено $V_0$ . . . . .	3 балла
Найдено $Q_2$ . . . . .	2 балла

**Задача 11.5. Мощный бег.**

Бегун Усейн Болт, двигаясь на своей максимальной скорости  $v$ , развивает мощность на 1,89 кВт больше, чем в случае, когда он бежит со скоростью  $v/2$ . Какова максимальная мощность, развиваемая этим спринтером? Считать, что вся мощность расходуется на преодоление сопротивления воздуха. Сила сопротивления воздуха, действующая на тело спортсмена, пропорциональна квадрату его скорости.

**Ответ:** 2,16 кВт.

**Решение:** Сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости бегуна,  $F = \alpha v^2$ , где  $\alpha$  — коэффициент пропорциональности. Мощность, расходуемая на преодоление этой силы при беге со скоростью  $v$ , равна

$$N_1 = \frac{A}{t} = \frac{Fs}{t} = Fv = \alpha v^3.$$

Из полученной формулы следует, что при беге со скоростью  $v/2$  требуемая мощность уменьшается в 8 раз:

$$N_2 = \alpha \left(\frac{v}{2}\right)^3 = \frac{\alpha v^3}{8} = \frac{N_1}{8}.$$

По условию задачи  $N_1 - N_2 = 1,89$  кВт. Отсюда получаем, что

$$N_1 - \frac{N_1}{8} = \frac{7N_1}{8} = 1,89 \text{ кВт} \Rightarrow N_1 = \frac{8 \cdot 1,89 \text{ кВт}}{7} = 2,16 \text{ кВт}.$$

**Критерии:**

Получена формула $N = \alpha v^3$ . . . . .	4 балла
Найдено, что $N_2 = N_1/8$ . . . . .	3 балла
Найдено значение $N_1$ . . . . .	3 балла